

И. А. Гундырев

Омский государственный университет

им. Ф. М. Достоевского,

gundyrev@omsu.ru

О СУЩЕСТВОВАНИИ ВНУТРЕННЕЙ ПОДОБНО ОДНОРОДНОЙ МЕТРИКИ НА ЛОКАЛЬНО КОМПАКТНОМ ФАКТОР-ПРОСТРАНСТВЕ СВЯЗНОЙ ГРУППЫ

Обозначим через \mathbb{R}_+ мультипликативную группу положительных вещественных чисел. Для произвольных топологических групп G_1, G_2 обозначим через $G_1 \ltimes G_2$ полупрямое произведение групп, снабженное топологией произведения на пространстве $G_1 \times G_2$.

Определение 1. *Биекция $f: X \rightarrow X$ метрического пространства (X, ρ) на себя называется α -подобием ($\alpha \in \mathbb{R}_+$), если для любых точек $x, y \in X$ выполняется равенство:*

$$\rho(f(x), f(y)) = \alpha \cdot \rho(x, y).$$

Биекция $f: X \rightarrow X$ называется подобием, если f – α -подобие при некотором $\alpha \in \mathbb{R}_+$.

Определение 2. *Метрическое пространство X называется однородным (подобно однородным), если группа его изометрий (подобий) действует транзитивно на X .*

Определение 3. *Метрика ρ на пространстве X называется подобно однородной относительно действия группы G на X , если группа G действует транзитивно на X , и любой элемент $g \in G$ является подобием пространства (X, ρ) .*

Начало изучения подобно однородных пространств с внутренней метрикой положено в статье [1]. Сформулированная

в [1] гипотеза о строении локально компактных подобно однородных неоднородных пространств с внутренней метрикой доказана в статье [2].

Основным результатом является

Теорема. Пусть $X = G/H$ – эффективное локально компактное фактор-пространство связной полной топологической группы G с компактно-открытой топологией относительно канонического левого действия G на G/H . Пространство X допускает внутреннюю метрику с группой подобий G (включающей и элементы, не являющиеся изометриями) относительно этого действия тогда и только тогда, когда выполнены следующие условия:

1. G – хаусдорфова связная локально компактная группа с первой аксиомой счетности;
2. H – компактная подгруппа в G ;
3. G/H – локально связно;
4. Для некоторой подгруппы I в G существует изоморфизм топологических групп $\Phi: G \rightarrow (\mathbb{R}_+, \cdot) \ltimes I$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Берестовский В. Н. Подобно однородные локально полные пространства с внутренней метрикой // Изв. вузов. Матем. – 2004. – № 11. – С. 3–22.
2. Гундырев И. А. Строение подобно однородных неоднородных локально компактных пространств с внутренней метрикой // Матем. тр. – 2014. – Т. 17. – № 2. – (в печати).